

Übungsaufgaben – Blatt 12

13. Mai 2025

Aufgabe 13

10 Punkte

Ein *Dominating-Set* eines Graphen $G = (V, E)$ ist eine Teilmenge $D \subseteq V$, sodass für jeden Knoten $v \in V$ der Knoten selbst oder einer seiner Nachbarn in D enthalten ist. Das entsprechende Optimierungsproblem ist definiert als

$$\text{DS} = \{(G, k) \mid G = (V, E) \text{ hat ein Dominating-Set } D \text{ mit } |D| \leq k\}.$$

Eine Eingabe für das Set-Cover-Problem besteht aus einer endlichen Menge U und einer Familie $\mathcal{F} \subseteq 2^U$ von Teilmengen von U mit $U = \bigcup_{S \in \mathcal{F}} S$. Ein *Set-Cover* von U ist eine Teilmenge $\mathcal{C} \subseteq \mathcal{F}$ mit $U = \bigcup_{S \in \mathcal{C}} S$. Auch hier definieren wir

$$\text{SCP} = \{(U, \mathcal{F}, k) \mid \mathcal{F} \subseteq 2^U \text{ enthält ein Set-Cover } \mathcal{C} \text{ mit } |\mathcal{C}| \leq k\}.$$

Beide Probleme seien parametrisiert bezüglich der Standardparametrisierung k . Wir möchten nun zeigen, dass es genau dann einen parametrisierten Algorithmus für DS gibt, wenn es einen für SCP gibt.

- (a) Geben Sie eine parametrisierte Reduktion von DS auf SCP an.
- (b) Geben Sie eine parametrisierte Reduktion von SCP auf DS an.

Aufgabe 14

10 Punkte

Wir betrachten wieder das Vertex-Cover-Problem bezüglich der Standardparametrisierung.

$$\text{VC} = \{(G, k) \mid G = (V, E) \text{ hat ein Vertex-Cover } S \text{ mit } |S| \leq k\}.$$

Wir vergleichen dieses Problem mit dem Independent-Set-Problem, ebenfalls mit Parameter k .

$$\text{IS} = \{(G, k) \mid G = (V, E) \text{ hat ein Independent-Set } I \text{ mit } |I| \geq k\}.$$

- (a) Geben Sie eine *polynomielle* Reduktion von IS auf VC an.
- (b) Lässt sich Ihre Reduktion auch als parametrisierte Reduktion interpretieren? Falls nein, können Sie eine andere parametrisierte Reduktion von IS auf VC finden?

Abgabe: Bis Dienstag, den 20. Mai 2025, nach der Vorlesung per E-Mail an den Übungsgruppenleiter Moritz Stocker.