



Übungsaufgaben – Blatt 12

21. Mai 2026

Aufgabe 15

10 Punkte

- (a) In der Vorlesung wurde das k -Server-Problem auf der Linie besprochen, bei dem k Server auf der reellen Zahlenachse zwischen 0 und 1 bewegt werden. Der vorgestellte Online-Algorithmus DC (*Double-Coverage*) kann analog auf einem Pfadgraphen betrachtet werden, wobei er denselben kompetitiven Faktor k erreicht. In dieser Aufgabe wollen wir uns nun mit dem k -Server-Problem auf dem Kreisgraphen G_N mit N Knoten beschäftigen. Dabei sind die Kosten aller Kanten von G_N gleich 1.

Betrachten wir den folgenden randomisierten Online-Algorithmus CIRC, der k -Server auf einem Kreisgraphen löst.

Eingabe: Kreisgraph $G_N = (V, E)$ mit

- $V = \{v_1, \dots, v_N\}$ für $N \geq k + 1$,
- $E = \{\{v_i, v_{(i+1)}\} \mid i = 1, \dots, N - 1\} \cup \{v_N, v_1\}$,

und eine Sequenz $I = (x_1, \dots, x_n)$ mit $x_i \in \{1, \dots, N\}$ für alle i .

Schritt 1. Wähle zufällig gleichverteilt eine Kante $e_{\text{split}} \in E$, an welcher G_N „aufgeschnitten“ wird.

Schritt 2. Führe den Algorithmus DC auf dem so entstandenen Pfad aus.

Beachten Sie, dass dem Gegenspieler die Kante e_{split} nicht bekannt ist.

Zeigen Sie, dass CIRC im Erwartungswert $2k$ -kompetitiv ist.

- (b) Wie wir das k -Server-Problem ursprünglich auf der reellen Linie zwischen 0 und 1 betrachtet hatten, können wir es auch statt auf einem Kreisgraphen auf einem euklidischen Kreis mit Radius 1 betrachten.

Wie können wir den Algorithmus CIRC auf diese Situation anpassen? Was geschieht mit der Analyse des Algorithmus?

Abgabe: Bis Donnerstag, den 28. Mai 2026, nach der Vorlesung per E-Mail an den Übungsgruppenleiter [Moritz Stocker](#).