



## Übungsaufgaben – Blatt 10

30. April 2026

### Aufgabe 13

10 Punkte

Wir betrachten das *One-Way-Trading*-Problem. Die Eingabe ist eine Sequenz  $(p_1, p_2, \dots, p_n)$  von natürlichen Zahlen mit  $p_{\min} \leq p_i \leq p_{\max}$  für  $1 \leq i \leq n$ . Hierbei sind  $p_{\min}$ ,  $p_{\max}$  und  $n$  dem Online-Algorithmus bekannt. Das Ziel ist, ein Wertpapier zum höchstmöglichen Preis zu verkaufen. In jedem Zeitschritt  $T_i$  mit  $1 \leq i \leq n$  ist die Ausgabe entweder «Halten», was bedeutet, dass das Wertpapier in  $T_i$  nicht verkauft wird, oder «Verkaufen». In diesem Fall wird das Wertpapier zum Preis  $p_i$  verkauft. Das Papier kann nur einmal verkauft werden.

- (a) Sei  $r = \sqrt{p_{\max} \cdot p_{\min}}$  und sei RPA (kurz für *Reservation-Price-Algorithmus*) ein deterministischer Online-Algorithmus, der das Wertpapier nur dann verkauft, wenn ein Preis angeboten wird, der mindestens  $r$  ist. Die einzige Ausnahme ist, dass ein solcher Preis bis zum inklusive letzten Zeitschritt (dessen Index bekannt ist) nicht angeboten wurde. Dann verkauft RPA das Wertpapier zum dort angegebenen Preis.

Wir nehmen der Einfachheit halber an, dass  $r$  eine natürliche Zahl ist.

Zeigen Sie, dass RPA strikt  $(\sqrt{p_{\max}/p_{\min}})$ -kompetitiv ist.

- (b) Zeigen Sie, dass die in Aufgabenteil (a) bewiesene Schranke scharf ist, indem Sie beweisen, dass kein deterministischer Online-Algorithmus besser als strikt  $(\sqrt{p_{\max}/p_{\min}})$ -kompetitiv ist.