



Übungsaufgaben – Blatt 9

23. April 2026

Aufgabe 11

10 Punkte

In der Vorlesung haben wir gesehen, dass der randomisierte Algorithmus RMARK eine Kompetitivität von $2H_k$ erreicht. Zeigen Sie, dass er sogar eine Kompetitivität von H_k erreicht, wenn es insgesamt nur $N = k + 1$ Seiten gibt. Schätzen Sie dazu die Kosten des optimalen Algorithmus neu ab.

Aufgabe 12

10 Punkte

Betrachten wir nun ein Modell, in dem ein deterministischer Online-Algorithmus für das Paging-Problem mit einem *randomisierten Gegenspieler* konfrontiert wird. Der Gegenspieler zieht zufällig eine Instanz aus einer bekannten Menge $\mathcal{I}$ der Grösse m . Alle Eingaben in $\mathcal{I}$ haben dieselbe Länge. Die optimalen Kosten werden hier bezüglich der tatsächlich gewählten Eingabe gemessen.

- (a) Beweisen Sie, dass ein 1-kompetitiver Online-Algorithmus existiert, wenn der Gegenspieler alle Instanzen mit gleicher Wahrscheinlichkeit zieht und diese Tatsache dem Algorithmus bekannt ist.

Hinweis: Die additive Konstante α darf von m abhängen.

- (b) Sei $\mathcal{I}$ dem Algorithmus weiterhin bekannt. Was ändert sich, wenn der Gegenspieler eine beliebige (aber bekannte) Wahrscheinlichkeitsverteilung über $\mathcal{I}$ verwendet? Was ändert sich, wenn gar nichts über die Wahrscheinlichkeitsverteilung bekannt ist?
- (c) Wir haben mit Yaos Prinzip eine untere Schranke von H_k für randomisierte Algorithmen für das Paging-Problem bewiesen. Wieso steht das nicht im Widerspruch zu Teilaufgabe (b)?