

Übungsaufgaben – Blatt 12

Zürich, 23. Mai 2024

Aufgabe 16

In der Vorlesung wurde das k -Server-Problem auf der Linie besprochen, bei dem k Server auf der reellen Zahlenachse zwischen 0 und 1 bewegt werden. Der vorgestellte Online-Algorithmus DC (*Double-Coverage*) kann analog auf einem Pfadgraphen betrachtet werden, wobei er denselben kompetitiven Faktor k erreicht. In dieser Aufgabe wollen wir uns nun mit dem k -Server-Problem auf dem Kreisgraphen G_N mit N Knoten beschäftigen. Dabei sind die Kosten aller Kanten von G_N gleich 1.

Betrachten wir den folgenden randomisierten Online-Algorithmus CIRC, der k -Server auf einem Kreisgraphen löst.

Eingabe: Kreisgraph $G_N = (V, E)$ mit

- $V = \{v_1, \dots, v_N\}$ für $N \geq k + 1$,
- $E = \{\{v_i, v_{i+1}\} \mid i = 1, \dots, N - 1\} \cup \{v_N, v_1\}$,

und eine Sequenz $I = (x_1, \dots, x_n)$ mit $x_i \in \{1, \dots, N\}$ für alle i .

Schritt 1. Wähle zufällig gleichverteilt eine Kante $e_{\text{split}} \in E$, an welcher G_N „aufgeschnitten“ wird.

Schritt 2. Führe den Algorithmus DC auf dem so entstandenen Pfad aus.

Beachten Sie, dass dem Gegenspieler die Kante e_{split} nicht bekannt ist.

Zeigen Sie, dass CIRC im Erwartungswert $2k$ -kompetitiv ist.

10 Punkte

Abgabe: Am 30. Mai zu Beginn der Übungsstunde.