

Übungsaufgaben – Blatt 8

Zürich, 18. April 2024

Aufgabe 9

Wir betrachten das Problem METRICCENTER (kurz MC), das wie folgt definiert ist:¹

Gegeben sind n Städte, paarweise Distanzen zwischen jeweils zwei Städten und eine positive ganze Zahl k . Dabei muss die Distanzfunktion eine Metrik sein. Die Aufgabe ist nun, k Städte auszuwählen, in denen Feuerwehrtürme gebaut werden, sodass die maximale Distanz einer Stadt zur nächsten Wache minimiert wird.

Zeigen Sie, dass es für kein $\varepsilon > 0$ einen polynomiellen Algorithmus gibt, der METRICCENTER mit Güte $2-\varepsilon$ approximiert, falls $P \neq NP$, indem Sie ein geeignetes Lückenproblem definieren und dessen NP-Schwere zeigen.

Sie dürfen hierzu die NP-Vollständigkeit des Problems DOMINATINGSET (kurz DS) verwenden, das wie folgt definiert ist:

Gegeben sei ein Graph $G = (V, E)$. Eine Menge $D \subseteq V$ ist ein sogenanntes *Dominating Set*, wenn jeder Knoten $v \in V$ in D enthalten ist oder einen Nachbarn in D hat. Beim Problem DOMINATINGSET sind ein Graph und eine positive ganze Zahl k gegeben, und gefragt ist, ob G ein Dominating Set der Grösse höchstens k enthält.

Hinweis: Man beachte auch, dass man ein Lückenproblem üblicherweise so definiert, dass die beiden Parameter s und c normiert sind und zwischen 0 und 1 liegen. Sie dürfen in Ihrer Lösung der Einfachheit halber von dieser Konvention abweichen und $c = 2 - \varepsilon$ wählen. Die Normierung kann mit einfachen Mitteln erreicht werden (beispielsweise, indem eine andere Distanzfunktion oder ein anderes Mass für die Eingabelänge gewählt wird), dies brauchen Sie aber in Ihrer Lösung nicht zu berücksichtigen. **10 Punkte**

Abgabe: Am 25. April zu Beginn der Übungsstunde.

¹ Das Problem haben wir bereits in Aufgabe 2 auf Blatt 2 gesehen, wo es als k -CENTER bezeichnet wurde.